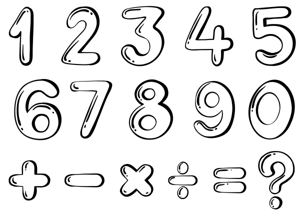
Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

6. kolo, 21. ožujka 2026.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Kvadrat i kub	1 sekunda	512 MiB	10
Lozinka	1 sekunda	512 MiB	10
Igra	1 sekunda	512 MiB	30
Čokolada	1 sekunda	512 MiB	50
Džeparac	1 sekunda	512 MiB	70
Prepisivanje	1 sekunda	512 MiB	110
Skijanje	1 sekunda	512 MiB	110
Učionica	1.5 sekunda	512 MiB	110
Ukupno			500

Zadatak Kvadrat i kub



U matematici kvadratom broja x nazivamo broj koji dobijemo kada x pomnožimo samim sa sobom i označavamo ga s x^2. Na primjer, $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

Kub broja x je broj koji dobijemo kada x pomnožimo dva puta samim sa sobom i i označavamo ga s x^3. Na primjer, $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$.

Zadan Vam je prirodni broj x, možete li izračunati x^2 i x^3?

Ulazni podaci

U prvom i jedinom retku je prirodan broj x ($1 \le x \le 100$).

Izlazni podaci

U prvom retku ispišite jedan broj - x^2.

U drugom retku ispišite jedan broj - x^3.

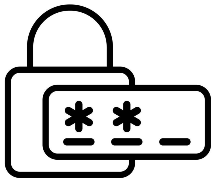
Probni primjeri

ulaz	**ulaz**	**ulaz**
3	10	1
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
9 27	100 1000	1 1

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Kvadrat broja 10 jednak je $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$. Kub broja 10 jednak je $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100 \cdot 10 = 1000$.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Kvadrat broja 1 jednak je $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$. Kub broja 1 jednak je $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1$.

Zadatak Lozinka



Svi znamo da lozinke koje su sastavljene od samo jedne znamenke, poput 4444 ili 777777, nisu dovoljno sigurne i trebamo ih izbjegavati. Međutim, Martina voli živjeti na rubu pa će odabrati upravo takvu lozinku za svoj račun na HSIN-ovom evaluatoru.

Kako je n Martinin najdraži broj, Martina je odlučila da će za lozinku uzeti n-ti najmanji prirodni broj sastavljen od jedne znamenke. Koji je broj Martina odabrala za lozinku?

Ulazni podaci

U prvom i jedinom retku je prirodan broj n $(1 \leq n \leq 19)$, Martinin najdraži broj.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - broj koji je Martina odabrala za lozinku.

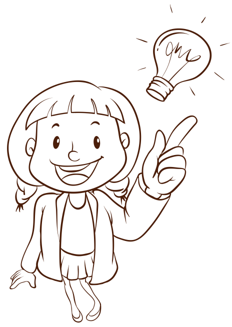
Probni primjeri

ulaz	**ulaz**	**ulaz**
3	11	12
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
3	22	33

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Najmanji prirodni broj sastavljen od samo jedne znamenke je broj 1, a drugi najmanji je 2. Treći najmanji takav broj je 3, dakle, Martinina lozinka je "3".

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Prvih 11 prirodnih brojeva sastavljenih od samo jedne znamenke su redom 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 i 22. Martina je odabrala lozinku "22".

Zadatak Igra



Grupa prijatelja igra jednu poznatu tradicionalnu varaždinsku igru. Na početku igre prijatelji biraju dva prirodna broja a i b nasumičnim odabirom. Pobjednik je osoba koja će uspjeti pretvoriti broj a u broj b koristeći najmanji broj operacija.

Svima je poznato da su dozvoljene sljedeće dvije operacije:

- povećati broj a za proizvoljni prirodni broj x i
- podijeliti a prirodnim brojem x pri čemu x mora točno dijeliti a.

Vrijeme prolazi. Vlada napeta tišina, svi su zadubljeni u razmišljanje, pokušavajući pronaći najbolje rješenje. Minute se pretvaraju u sate.

Odjednom, prekidate tišinu i samouvjereno izjavljujete: „*Mogu pretvoriti a u b u samo _ koraka!*"

Pogledi se okreću prema Vama. Nitko ne može vjerovati. No, nekoliko trenutaka kasnije svima postaje jasno - gotovo je, nitko neće uspjeti nadmašiti Vaše rješenje. Pobijedili ste.

Ulazni podaci

U prvom i jedinom retku su dva prirodna broja a i b $(1 \le a, b \le 100)$, brojevi koji su prijatelji odabrali prije početka igre.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - najmanji broj operacija potrebnih da se broj a pretvori u broj b.

Probni primjeri

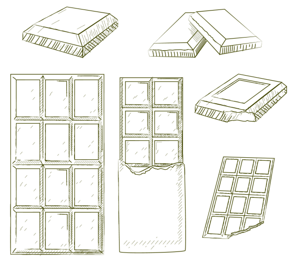
ulaz	ulaz	ulaz
`2 4`	`10 3`	`21 21`
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
`1`	`2`	`0`

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Dovoljno je povećati 2 za 2, pa se odmah dobije 4, što zahtijeva samo jednu operaciju.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Možemo prvo podijeliti 10 s 5 - dobit ćemo 2. Nakon toga možemo povećati 2 za 1 - dobit ćemo 3. Potrebne su nam bile 2 operacije da 10 pretvorimo u 3.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
a je već jednak b, pa nije potrebna nijedna operacija.

Zadatak Čokolada

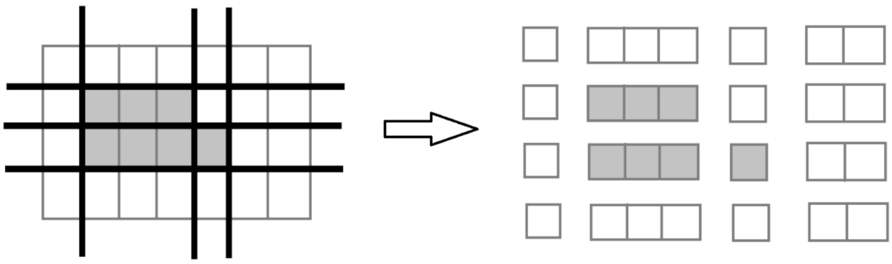


Luka voli čokoladu. Jako se veseli što će pojesti veliku čokoladu sastavljenu od n redaka i m stupaca koju je dobio za rođendan. Čokolada se sastoji od crnih i bijelih kockica. Međutim, Luka ne voli bijelu čokoladu i želi pojesti samo crne kockice.

Prije nego što počne jesti, Luka će razrezati čokoladu. Može napraviti proizvoljan broj okomitih i/ili vodoravnih rezova između redaka i stupaca čokolade. Okomiti rez ide od gornjeg ruba čokolade do donjeg ruba, dok vodoravni rez ide od lijevog ruba do desnog ruba. Nakon rezanja, Luka će dobiti nekoliko pravokutnih komada čokolade.

Budući da Luka jede samo crne dijelove čokolade, želi potpuno odvojiti crne kockice od bijelih. To znači da svaki dobiveni komad mora biti sastavljen ili samo od crne ili samo od bijele čokolade.

Luka želi što prije početi jesti umjesto da gubi vrijeme na rezanje, pa vas moli da odredite najmanji broj rezova potreban da se crne kockice odvoje od bijelih.



Slika 1: Ovim potezima bi Luka trebao rezati čokoladu iz prvog testnog primjera kako bi odvojio crne dijelove od bijelih s minimalnim brojem rezova.

Ulazni podaci

U prvom retku su dva prirodna broja n i m ($1 \leq n, m \leq 200$), broj redaka i broj stupaca od kojih je sastavljena čokolada.

Svaki od sljedećih n redaka sadrži m znakova koji su ili 0 ili 1. Znak 0 označava da je kockica bijela, a 1 da je kockica crna.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - najmanji broj rezova potreban da se crne kockice odvoje od bijelih.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	5	Čokolada je šahovska ploča, tj. kockica u i-tom retku i j-tom stupcu je bijela ako je $i + j$ paran broj, a crna ako je neparan.
2	11	$n = 1$
3	11	Točno jedna kockica je crna.
4	23	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
4 7
0000000
0111000
0111100
0000000
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
4 5
00000
01100
01100
00000
```

izlaz

```
4
```

ulaz

```
4 4
0101
1010
0101
1010
```

izlaz

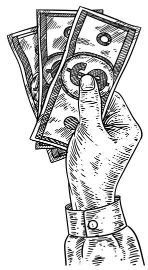
```
6
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Objašnjenje na crtežu iznad.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Luka bi trebao napraviti rez između prvog i drugog retka, trećeg i četvrtog retka, prvog i drugog stupca te trećeg i četvrtog stupca.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Luka bi trebao napraviti rez između svaka dva susjedna retka i stupca - ukupno 6 rezova.

Zadatak Džeparac



Mother Antonija has earned N euros and must spend all of it as soon as possible. She may keep a portion of the money for herself, but the remaining amount must be equally distributed to her two sons over several days.

First, she chooses a non-negative integer k ($0 \le k \le N$) to keep for herself. The remaining amount of $N - k$ euros is then distributed to the sons over d days. Mother Antonija may also choose not to distribute anything to her sons, which corresponds to the case when $N = k$ and $d = 0$.

If the money is distributed, it is done so that each day both sons receive the same amount of money. If one son receives x euros on a given day, the other son also receives x euros, where x must be a positive integer. In total, each son must receive the same total amount of money.

Two distributions are considered different if at least one of the following holds:

- the chosen amount k is different
- the number of days d is different
- there exists at least one day on which the amounts received by the sons differ (i.e., the sequence of daily payments is not identical).

Your task is to determine the number of different ways in which the mother can distribute the money. Since the number of ways can be very large, output the result modulo $10^9 + 7$.

Ulazni podaci

U prvom retku nalazi se prirodan broj n ($1 \le n \le 10^{18}$), broj iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - broj načina na koje mama Antonija može raspodijeliti novac.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	12	$n \le 10$
2	17	$n \le 1000$
3	36	$n \le 10^6$
4	5	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
4
```

izlaz

```
4
```

ulaz

```
5
```

izlaz

```
4
```

ulaz

```
793
```

izlaz

```
137435472
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: Razmatramo sve moguće vrijednosti broja k:

$k = 4 \rightarrow$ mama zadržava sav novac, te je jedina raspodjela ona gdje sinovi ne dobivaju novac.

$k = 2 \rightarrow$ preostaje 2 eura za raspodjelu sinovima. Jedina valjana raspodjela je $d = 1$, pri čemu svaki sin dobije 1 euro.

$k = 0 \rightarrow$ preostaje 4 eura za raspodjelu sinovima. Postoje dvije valjane raspodjele:

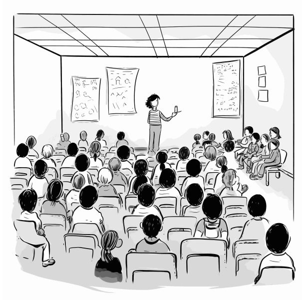
$d = 1 \rightarrow$ svaki sin dobije 2 eura

$d = 2 \rightarrow$ svakog dana, svaki sin dobije po 1 euro

$k = 1$ i $k = 3 \rightarrow$ ne postoji način da se preostali iznos podijeli tako da oba sina svakog dana dobiju jednak pozitivan cijeli iznos.

Ukupno postoji $1 + 1 + 2 = 4$ različita načina raspodjele.

Zadatak Prepisivanje



Uoči važnog ispita iz hrvatskog jezika, učionica je već pripremljena. Možemo ju promatrati kao matricu dimenzija $n \times m$, gdje svako polje predstavlja jedno mjesto za sjedenje. Svako polje matrice može imati jednu od tri vrijednosti:

- 2 označava mjesto na kojem već sjede uzorni učenici. Oni su savjesni i učiteljica se ne brine o njima.
- 1 označava mjesto koje je učiteljica unaprijed označila kao zabranjeno. Na tim mjestima nitko neće sjediti.
- 0 označava prazno mjesta na koje vragolasti učenici mogu sjesti.

Vragolasti učenici još nisu stigli, ali će uskoro doći. Učiteljica može odlučiti na koja prazna mjesta će vragolasti učenici sjesti.

Uzorni učenici nikada ne prepisuju, ali mogu izazvati prepisivanje kod vragolastih učenika ako su im oni susjedi. Vragolasti učenik će prepisivati ako ima barem jednog susjeda u jednom od četiri smjera (gore, dolje, lijevo, desno) koji je učenik (bilo uzorni ili vragolasti).

Odredite maksimalan ukupan broj učenika koji mogu sjediti u učionici (uključujući i uzorne i vragolaste učenike) tako da se ne dogodi prepisivanje za vrijeme ispita.

Ulazni podaci

U prvom retku nalazi se prirodan broj n, m $(1 \leq n, m \leq 80)$, broj iz teksta zadatka.

Svaki od sljedećih n redaka sadrži m znakova koji su ili 0 ili 1 ili 2, koji predstavljaju opis matrice iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - maksimalan ukupan broj učenika koji mogu sjediti u učionici tako da se ne dogodi prepisivanje za vrijeme ispita.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	8	$n, m \leq 4$
2	15	Sva polja matrice biti će 0.
3	16	$n = 2$
4	52	$n \leq 15$
5	19	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
4 4
0100
0202
1000
2120
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
4 4
0000
0000
0000
0000
```

izlaz

```
8
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera: The teacher will seat students in the first and third rows in odd-numbered columns, and in the second and fourth rows in even-numbered columns. In this way, she will ensure that no student can cheat.

Zadatak Skijanje

Skijašica Mia provela je dan na neobičnom skijalištu. Skijalište se sastoji od n apres-ski lokacija (u daljnjem tekstu: apresi) povezanih stazama tako da tvore povezano stablo s korijenom u apresu označenom brojem 1. Svaka staza usmjerena je od apresa s manjim brojem prema apresu s većim brojem.

Stablo je zadano na sljedeći način: za svaki apres $i > 1$ poznato je iz kojeg se apresa p_i ($p_i < i$) u njega dolazi, odnosno poznat je njegov roditelj u stablu. Time su sve staze jedinstveno određene (staza i dolazi do apresa s oznakom i).

Mia je tijekom dana odskijala svaku stazu točno jednom te je za svaku stazu zapamtila njezin faktor zabave z_i i brzinu b_i.

Na kraju dana Mia se želi još jednom spustiti niz staze. Zbog umora može odabrati spust koji se sastoji od najviše k uzastopnih staza. Spust mora slijediti smjer staza (od apresa s manjim brojem prema apresima s većim brojem). Nakon završetka spusta, helikopter će je pokupiti i odvesti kući.

Za proizvoljan odabrani spust definiramo njegovu hektičnost na sljedeći način. Neka su:

- z_{prve} faktor zabave prve staze na spustu
- z_{zadnje} faktor zabave zadnje staze na spustu
- b_i brzine svih staza na tom spustu

Tada je hektičnost spusta jednaka: $z_{\text{zadnje}} \cdot (z_{\text{zadnje}} + \sum b_i) + z_{\text{prve}}^2$. U slučaju da je $k = 1$, formula ostaje nepromijenjena, a vrijedi $prve = zadnje$.

Vaš je zadatak odrediti najveću hektičnost spusta kojeg Mia može odskijati.

Ulazni podaci

U prvom retku nalaze se prirodni brojevi n, k ($1 \leq k \leq n \leq 3 \cdot 10^5$), brojevi iz teksta zadatka.

U drugom retku nalazi se $n - 1$ cijelih brojeva, gdje i-ti broj predstavlja iz kojeg apresa se može doći u apres s oznakom $i + 1$ ($1 \leq p_i \leq i$).

U trećem retku nalazi se $n - 1$ cijelih brojeva, gdje i-ti broj predstavlja količinu zabave $i + 1$-ve staze ($1 \leq z_i \leq 10^5$).

U četvrtom retku nalazi se $n - 1$ cijelih brojeva, gdje i-ti broj predstavlja brzinu $i + 1$-ve staze

($-10^5 \leq b_i \leq 10^5$).

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - najveću hektičnost spusta kojeg Mia može odskijati.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	14	$n \leq 1000$
2	23	Za svaki $1 \leq i < n$ vrijediti će da je $z_i = 1$ i $b_i > 1$.
3	35	$n \leq 50000$
4	38	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
5 1
1 2 2 1
5 4 8 7
6 3 9 3
```

izlaz

```
200
```

ulaz

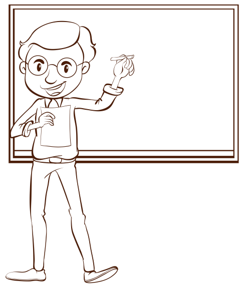
```
9 2
1 2 1 1 4 3 6 5
1 3 7 8 4 1 8 2
1 -7 -1 -6 3 8 -1 6
```

izlaz

```
120
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: $K = 1$ pa slijedi da je najveću hektičnost spusta jednaka najvećoj hektičnosti neke od staza. Staze redom imaju hektičnosti 80, 44, 200, 119. Najveća hektičnost je 200.

Zadatak Učionica



Grupa od k prijatelja ulazi u učionicu. Visina h_i svakog prijatelja je poznata, kao i visine svih ostalih učenika koji se već nalaze u učionici.

Učionica se može prikazati kao matrica dimenzija $n \times m$, gdje svako polje predstavlja jedno sjedalo. Sjedalo u i-tom retku i j-tom stupcu označeno je s $a_{i,j}$. Za svako sjedalo znamo je li već zauzeto (te visinu učenika koji ondje sjedi) ili je prazno.

Prijatelji žele zauzeti mjesta u učionici. Svaki prijatelj zauzima točno jedno prazno sjedalo i nijedna dva prijatelja ne mogu sjediti na istom sjedalu. Osim toga, žele sjediti jedan do drugoga u istom retku. Točnije, odabiru indeks retka i takav da je $1 \le i \le n$ i indeks stupca j takav da je $1 \le j \le m - k + 1$, te sjedaju na sjedala $a_{i,j}, a_{i,j+1}, \ldots, a_{i,j+k-1}$. Prijatelji mogu sjesti na ta sjedala u bilo kojem poretku; ne moraju slijediti redoslijed u kojem su zadane njihove visine.

Prijatelj smatra sjedalo pogodnim samo ako su svi učenici koji sjede ispred njega (tj. u retcima s manjim indeksom u istom stupcu) strogo niži od njega, čime mu je osiguran jasan pogled. Skup od k uzastopnih sjedala u istom retku smatra se pogodnim ako se prijatelji mogu rasporediti tako da svaki od njih ima jasan pogled.

Uzimajući u obzir navedene uvjete, odredite koliko postoji pogodnih skupova sjedala za ovu grupu prijatelja u učionici.

Ulazni podaci

U prvom retku su tri prirodna broja n, m i k ($1 \le n, m \le 2000, 1 \le k \le m$) - broj redaka i broj stupaca učionice te broj prijatelja.

U drugom retku su k prirodnih brojeva $h_1, h_2, \ldots, h_k$ ($1 \le h_i \le 10^9$) - visine prijatelja.

Sljedećih n redaka sadrži po m prirodnih brojeva: ako je $a_{i,j} = 0$, sjedalo je prazno, a ako je $a_{i,j} \ge 1$, sjedalo je zauzeto učenikom visine $a_{i,j}$ ($1 \le a_{i,j} \le 10^9$).

Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite jedan broj - broj pogodnih skupova k uzastopnih sjedala u istom retku na koja se prijatelji mogu rasporediti tako da svaki ima jasan pogled.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$k \le 2$
2	13	$n, m \le 200$
3	29	$n, m \le 500$
4	57	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 4 2
2 6
0 0 3 1
8 0 0 0
0 0 1 0
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
2 4 4
5 2 4 3
1 2 3 4
0 0 0 0
```

izlaz

```
1
```

ulaz

```
5 5 3
17 3 17
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
```

izlaz

```
15
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Dva prijatelja mogu sjesti na prvo i drugo sjedalo u prvom retku, na drugo i treće sjedalo u drugom retku ili na treće i četvrto sjedalo u drugom retku. Dakle, mogu sjesti u ukupno 3 različita skupa sjedala.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Četiri prijatelja mogu sjesti na jedina četiri dostupna sjedala ako se rasporede od najnižeg do najvišeg.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Tri prijatelja mogu sjesti na bilo koja tri uzastopna sjedala u istom retku budući da u učionici nema drugih učenika, što rezultira ukupno 15 valjanih rasporeda sjedenja.